

Lösungen & Punkteverteilung

Aufnahmeprüfung 2022		
BM	FMS / Gym So	FMS / Gym Ol
(zutreffendes ankreuzen)		
Prüfungsnummer: (auf jeder Seite oben links eintragen)		

Prüfungsfach: **Algebra**
 Prüfungsdauer: 90 min
 Hilfsmittel: Ein nicht gleichungsauflösendfähiger, nicht algebräfähiger und nicht grafikfähiger Taschenrechner; keine Handys

Aufgabe Nr.	max. Punkte	err. Punkte
Aufgabe 1	5	
Aufgabe 2	4	
Aufgabe 3	4	
Aufgabe 4	2	
Aufgabe 5	5	
Aufgabe 6	3	
Aufgabe 7	6	
Total Punkte	29	
Total erreichte Punkte		

Prüfungsnote	
---------------------	--

- Die Lösungen müssen mit Tinte, Filzstift oder Kugelschreiber direkt auf das Aufgabenblatt geschrieben werden.
- Für die maximale Punktzahl wird ein vollständiger Lösungsweg erwartet.
- Falsche Lösungsansätze und ungültige Ergebnisse müssen deutlich als solche gekennzeichnet und durchgestrichen werden. Sind mehrere Lösungswege vorhanden, wird die Aufgabe nicht bewertet!
- Prüfungsnummer auf dem Titelblatt und auf jeder Seite oben links eintragen.

Aufgabe 1 (1 + 2 + 2 = 5 Punkte)

1a) Füllen Sie die Lücken:

$$(x - \underline{\quad}) \cdot (x - 7) = x^2 - \underline{\quad} x + 42$$

$$(x - \underline{6}) \cdot (x - 7) = x^2 - \underline{13}x + 42$$

// ①

1b) Faktorisieren Sie den Term so weit wie möglich:

$$24a^5b^2c^2 - 32a^3b^4c^2 + 8a^3b^2c^2$$

$$= \underbrace{8a^3b^2c^2}_{1P.} \cdot \underbrace{(3a^2 - 4b^2 + 1)}_{1P.}$$

// ②

1c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich:

$$(a + 3)(1.5a - 2) - \frac{12}{a} : \frac{8}{a^3}$$

$$= 1,5a^2 - 2a + 4,5a - 6 - \frac{12}{a} \cdot \frac{a^3}{8} \quad 1P.$$

$$= \underbrace{1,5a^2 + 2,5a - 6} - \frac{3a^2}{2}$$

$$= \underline{\underline{2,5a - 6}} \quad 1P.$$

// ②

Prf-Nummer:

Aufgabe 2 (2 + 2 = 4 Punkte)

- 2a) Ein Schreinerlehrling bekommt den Auftrag, aus Holzresten einen Kaninchenstall zu bauen. Für die Rückwand möchte er möglichst wenige gleich lange Bretter verwenden. Für den Zuschnitt dieser gleichen kleineren Bretter stehen ihm ein 4.80 m und ein 2.88 m langes Brett zur Verfügung. Dem Lehrling gelingt es, diese beiden Bretter so zu nutzen, dass es keine Reste gibt. Wie lange sind die kleinen Bretter jeweils, und wie viele davon wird es am Schluss geben?

$ggT(288, 480) = ?$

288	480
2 144	2 240
2 72	2 120
2 36	2 60
2 18	2 30
2 9	2 15
3 3	3 5
3 1	5 1

$280 = 2^5 \cdot 3^2$
 $480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$

$\Rightarrow ggT(288, 480) = 2^5 \cdot 3 = 96$

\Rightarrow Sie sind 96 cm bzw. 0,96 m lang. 1P.

$288 \text{ cm} : 96 \text{ cm} = 3$
 $480 \text{ cm} : 96 \text{ cm} = 5$

\Rightarrow Es wird 3+5 = 8 Bretter geben. 1P. // (2)

- 2b) Wie viele A4-Blätter (Seitenlängen 210 mm und 297 mm) brauchen Sie mindestens, wenn Sie diese zu einem Quadrat zusammensetzen sollen?

$kgV(210, 297) = ?$

210	297
2 105	3 99
3 35	3 33
5 7	3 11
7 1	11 1

$\Rightarrow 210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
 $297 = 3^3 \cdot 11$

$\Rightarrow kgV(210, 297) = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ 1P.

$= 10 \cdot 27 \cdot 77$
 $= 270 \cdot 77 = 20790$

$\Rightarrow 70 \cdot 99 = \underline{\underline{6930}} \text{ Blätter}$ 1P. // (2)

Aufgabe 3 (2 + 2 = 4 Punkte)

Lösen Sie die Gleichungen nach x auf und geben Sie das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an. (Grundmenge $G = \mathbb{R}$)

3a)

$$2 - (5x - 1) = 3x + 2(x - 3)$$

$$\begin{aligned} 2 - 5x + 1 &= 3x + 2x - 6 \\ 3 - 5x &= 5x - 6 && \text{1P.} \quad | +5x \\ 3 &= 10x - 6 && | +6 \\ 9 &= 10x && | :10 \\ \frac{9}{10} &= x && \text{bzw.} \quad \underline{\underline{x = 0,9}} \\ &&& \text{1P.} \quad \text{②} \end{aligned}$$

3b)

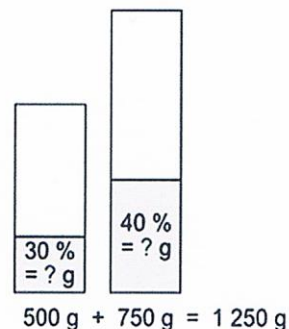
$$6 - \frac{x}{6} = \frac{x-7}{3} + 2x \quad | \cdot 6$$

$$\begin{aligned} 36 - x &= 2 \cdot (x-7) + 12x && \text{1P.} \\ 36 - x &= 2x - 14 + 12x \\ 36 - x &= 14x - 14 && | +x \\ 36 &= 15x - 14 && | +14 \\ 50 &= 15x && | :15 \\ \frac{50}{15} &= x \\ \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{10}{3}}} &&& \text{bzw.} \quad \underline{\underline{x = 3, \bar{3}}} && \text{1P.} \quad \text{②} \end{aligned}$$

Prf-Nummer:

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Tina mischt zwei Sorten Marmelade.
 In der ersten sind 30 % Kirschen und in der zweiten 40 % Kirschen.
 Sie mischt 500 g der ersten Sorte mit 750 g der zweiten Sorte.



Wie gross ist jetzt der Prozentanteil der Kirschen in der gemischten Marmelade?

Sorte	Gewicht	Anteil Kirschen	Gewicht Kirschen
1	500g	30 %	$0,3 \cdot 500g = 150g$
	+		+
2	750g	40 %	$0,4 \cdot 750g = 300g$
	=		=
Mischung	1250g	x	450g

$\Rightarrow x = \frac{450}{1250} \cdot 100 \%$
 $\underline{x = 36\%}$ 1P.

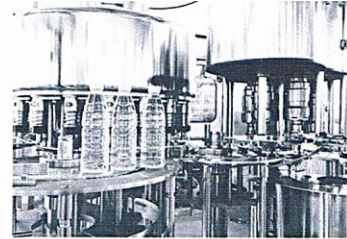
bzw.
 Gleichung: $0,3 \cdot 500 + 0,4 \cdot 750 = x \cdot 1250$ 1P.
 (Ansatz)

// (2)



Aufgabe 5 (1,5+1,5+2 = 5 Punkte)

Drei gleiche Standard-Abfüllmaschinen können von einer Mineralquelle in 8 Stunden 120'000 Flaschen Mineralwasser füllen.



- 5a) Eine Maschine ist in Revision. Wie lange müssen die beiden übrigen Maschinen arbeiten, um auch 120'000 Flaschen abzufüllen?

3 Maschinen	→ 8 Stunden	→ 120'000 Flaschen	} : 24 } · 2	bew. $t = \frac{8h \cdot 3}{2}$
1 Maschine	→ 1 Stunde	→ 5'000 Flaschen		
2 Maschinen	→ 1 Stunde	→ 10'000 Flaschen		

⇒ Die beiden übrigen Maschinen müssen 12 Stunden arbeiten. (umgekehrte Proportionalität) //1.5

alternativ: 3 Maschinen → 8 Stunden ⇒ 2 Maschinen → 12 Stunden

- 5b) Wie viele Flaschen können von 5 Maschinen in sechs Stunden abgefüllt werden?

$$5 \cdot \frac{5'000}{h} \cdot 6 h = \underline{\underline{150'000 \text{ Flaschen}}}$$

1 Maschine → 1 Stunde → 5'000 Flaschen
(falls noch nicht in a) berechnet) //1.5

- 5c) Mit drei Maschinen der neuen Generation können in 9 Stunden 69'000 Flaschen mehr abgefüllt werden als mit den drei Standardmaschinen in 8 Stunden. Für einen Auftrag brauchen 5 neue Maschinen ganze 42 Stunden. Nachdem die Hälfte geschafft ist, wird noch eine weitere Maschine des neuen Typs dazu geschaltet. Wie lange dauert der Auftrag?

→ 3 M.	→ 9 Stunden	→ 189'000 Flaschen
→ 1 M.	→ 1 Stunde	→ 7'000 Flaschen

⇒ Auftrag: $5 \cdot 42h \cdot 7000 \text{ Fl./h} = 1'470'000 \text{ Fl. AP.}$

$\frac{1}{2} \Rightarrow 735'000 \text{ Flaschen übrig (nach 21 Stunden)}$

⇒ weitere Zeit: $735'000 \text{ Fl.} : (6 \cdot 7000 \text{ Fl./h}) = 17,5h$

⇒ Der Auftrag dauert 38,5h. AP. //2

Prf-Nummer:

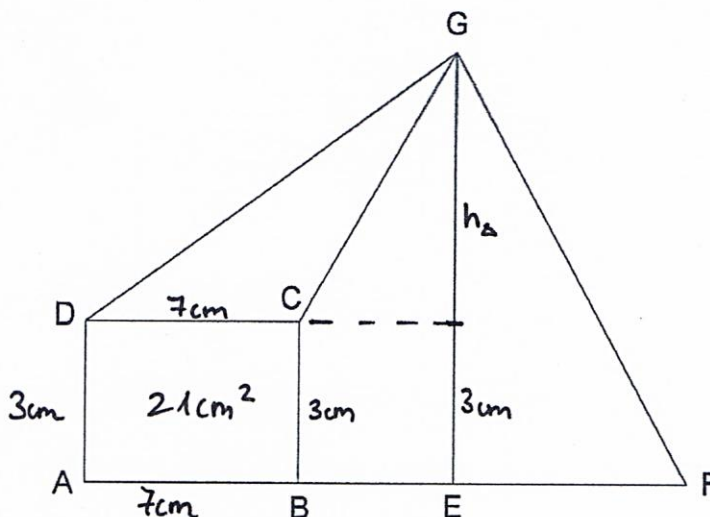
Aufgabe 6 (1 + 1 + 1 = 3 Punkte)

In der untenstehenden (nicht massstäblich gezeichneten!) Skizze sind alle Figuren (Rechteck ABCD, Dreieck CGD, Trapez BEGC, Dreieck EFG) flächengleich.

Gegeben sind:

$$\overline{AB} = 7\text{cm}$$

$$\overline{AD} = 3\text{cm}$$



Berechnen Sie folgende Strecken:

6a) \overline{EG}

$$\overline{EG} = 3\text{cm} + h_{\Delta}$$

$$\text{Dreieck EFG: } A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 7\text{cm} \cdot h_{\Delta} = 21\text{cm}^2$$

$$\Rightarrow h_{\Delta} = 6\text{cm}$$

$$\Rightarrow \overline{EG} = 3\text{cm} + 6\text{cm} = \underline{\underline{9\text{cm}}}$$

6b) \overline{BE}

$$\overline{BE} = h_{\text{Trapez}}$$

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} (a+c) \cdot h = 21\text{cm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (3\text{cm} + 9\text{cm}) \cdot \overline{BE} = 21\text{cm}^2 \quad | :6$$

$$\underline{\underline{\overline{BE} = 3,5\text{cm}}}$$

6c) \overline{EF}

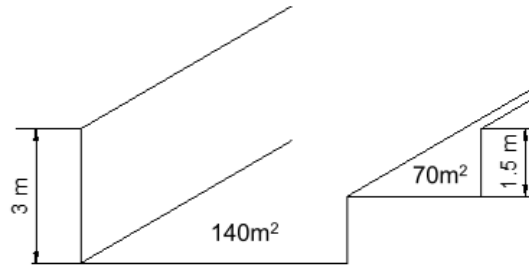
$$A_{\Delta \text{ rechtw.}} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EG} \cdot \overline{EF} = 21\text{cm}^2 \quad | \cdot 2$$

$$9\text{cm} \cdot \overline{EF} = 42\text{cm}^2 \quad | :9\text{cm}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\overline{EF} = 4,6\text{cm}}}$$

Aufgabe 7 (1 + 2 + 1 + 2 = 6 Punkte)

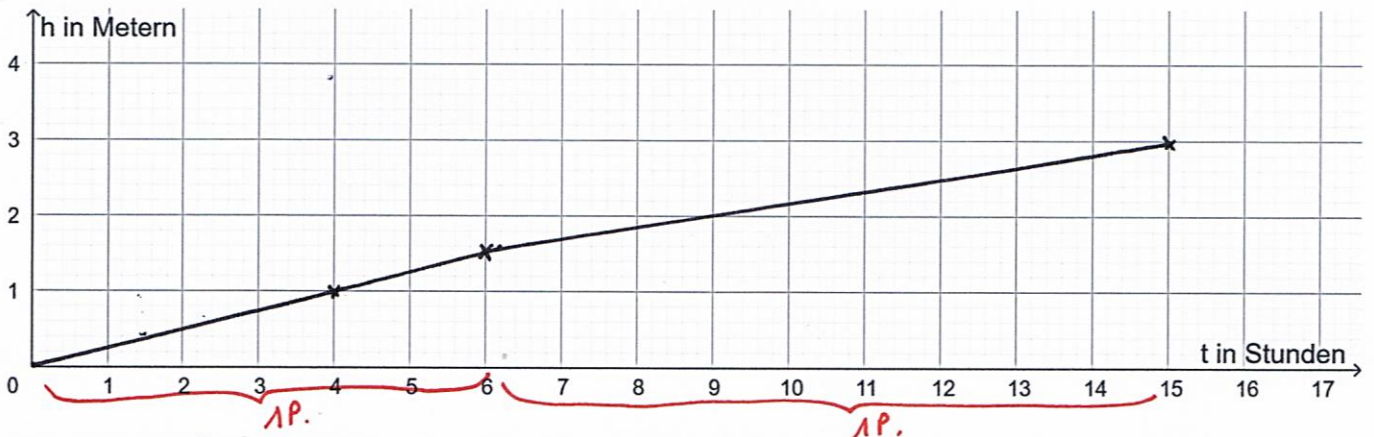
Ein unterteiltes Bassin soll gefüllt werden. Der untere Teil, welcher 3 m tief ist, hat eine Bodenfläche von 140 m^2 . Der obere Teil, welcher 1,5 m tief ist, hat eine Bodenfläche von 70 m^2 . Das Becken wird auf die neue Saison hin gefüllt. Die Pumpen liefern stündlich 35 m^3 Wasser.



$$\text{Füllung: } \left. \begin{array}{l} 3 \text{ m} \cdot 140 \text{ m}^2 = 420 \text{ m}^3 \\ 1,5 \text{ m} \cdot 70 \text{ m}^2 = 105 \text{ m}^3 \end{array} \right\} \underline{\underline{525 \text{ m}^3}}$$

$$\Rightarrow 525 \text{ m}^3 : 35 \text{ m}^3/\text{h} = \underline{\underline{15 \text{ h}}} \quad (\text{Dauer bis zur kompletten Füllung})$$

- 7b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion für die vollständige Füllung:
Einfüllzeit in Stunden (h) \rightarrow Wasserhöhe in Meter (m) über der unteren Bodenfläche.



$$140 \text{ m}^3 : 35 \text{ m}^3/\text{h} = 4 \Rightarrow 1 \text{ m Höhe nach } 4 \text{ h}$$

$$\text{bzw. } 140 \text{ m}^2 \cdot 1,5 \text{ m} = 210 \text{ m}^3 \Rightarrow 210 \text{ m}^3 : 35 \text{ m}^3/\text{h} = \underline{\underline{6 \text{ h}}}$$

ab dann: 210 m^2 Fläche, weitere 1,5 m, ergibt 315 m^3

$$\Rightarrow 315 \text{ m}^3 : 35 \text{ m}^3/\text{h} = \underline{\underline{9 \text{ h}}} \quad (\text{oder mithilfe a)}$$

P(15|3)

\rightarrow Die Aufgaben 7c) und 7d) befinden sich auf der nächsten Seite!

7c) Nach welcher Zeit beträgt die Wasserhöhe 0.90 m resp. 2.70 m?

$$140 \text{ m}^2 \cdot 0,9 \text{ m} = 126 \text{ m}^3 \quad \Rightarrow \quad 126 \text{ m}^3 : 35 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = \underline{\underline{3,6 \text{ h}}}$$

$$210 \text{ m}^3 \text{ bis } 1,5 \text{ m Höhe, weitere } 1,2 \text{ m} \cdot 210 \text{ m}^2 = 252 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow 462 \text{ m}^3 : 35 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = \underline{\underline{13,2 \text{ h}}}$$

// (1)

7d) Um wieviel steigt der Wasserstand pro Stunde im tiefen und im flachen Bereich?

tiefer Bereich: $\frac{35 \text{ m}^3}{140 \text{ m}^2} = \underline{\underline{0,25 \text{ m}}}$ 1P.

flacher Bereich: $\frac{35 \text{ m}^3}{210 \text{ m}^2} = \underline{\underline{0,16 \text{ m}}}$ 1P.

// (2)